

ΦΙΛΤΡΑ

Σύνοψη:

Ύστερα από μια σύντομη εισαγωγή στην έννοια του συχνοτικού περιεχομένου ενός σήματος, το κεφάλαιο παρουσιάζει την έννοια και τη χρησιμότητα των φίλτρων. Παρατίθενται τα βασικά χαρακτηριστικά τους, οι τύποι τους και αναλύονται απλές τοπολογίες παθητικών και ενεργών φίλτρων.

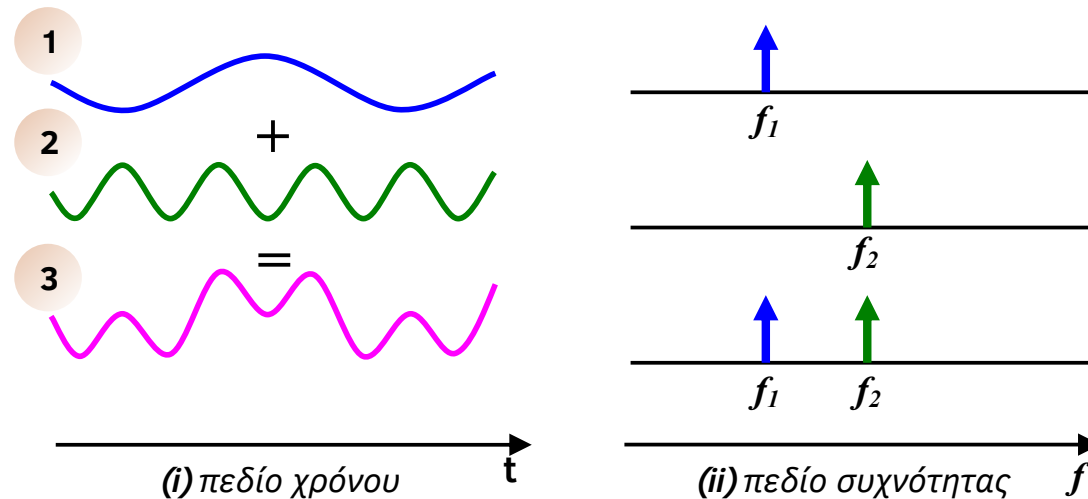
Προαπαιτούμενη Γνώση:

Για την κατανόηση της ύλης του κεφαλαίου απαιτείται γνώση της απόκρισης των πυκνωτών και των πηνίων σε διαφορετικές συχνότητες. Απαιτείται, επίσης, εξοικείωση με τις αρχές προσδιορισμού της συνάρτησης μεταφοράς απλών κυκλωμάτων και με την τεχνική χάραξης των αντίστοιχων διαγραμμάτων Bode, καθώς και γνώση των βασικών τοπολογιών ενίσχυσης με τη βοήθεια τελεστικών ενισχυτών.

Πολλές φορές είναι αναγκαία η επέμβαση στο *συχνοτικό περιεχόμενο* ενός ηλεκτρικού σήματος, για διάφορους λόγους όπως είναι η απόρριψη του ηλεκτρονικού θορύβου **1** **2** ή η εξοικονόμηση εύρους ζώνης. Η αντίστοιχη επεξεργασία γίνεται με τη χρήση εξειδικευμένων κυκλωμάτων τα οποία ονομάζονται *φίλτρα* (filters). Τα αναλογικά ηλεκτρονικά φίλτρα, τα οποία αποτελούν βασικό εργαλείο για την *αναλογική επεξεργασία σήματος* (analog signal processing), θα μπορούσαν να αποτελέσουν από μόνα τους την ύλη ενός βιβλίου **3** **4**. Η αναφορά που θα ακολουθήσει θα είναι περιεκτική ώστε να περιγραφούν οι βασικότερες έννοιες και να δοθούν απλά παραδείγματα κυκλωματικών υλοποιήσεων αναλογικών φίλτρων. Πριν, όμως, προχωρήσουμε στην παρουσίαση απλών τοπολογιών φίλτρων, θα ήταν σκόπιμο να διευκρινίσουμε τις έννοιες που αφορούν το *σpectrum* ενός σήματος και την αναπαράστασή του στο πεδίο της συχνότητας.

7.1.1 Σύνθεση αρμονικών σημάτων

Ας θεωρήσουμε τα ημιτονικά σήματα #1 συχνότητας f_1 και #2 συχνότητας f_2 του Σχήματος 7.1, η υπέρθεση (το άθροισμα) των οποίων δίνει το μη αρμονικό σήμα #3.



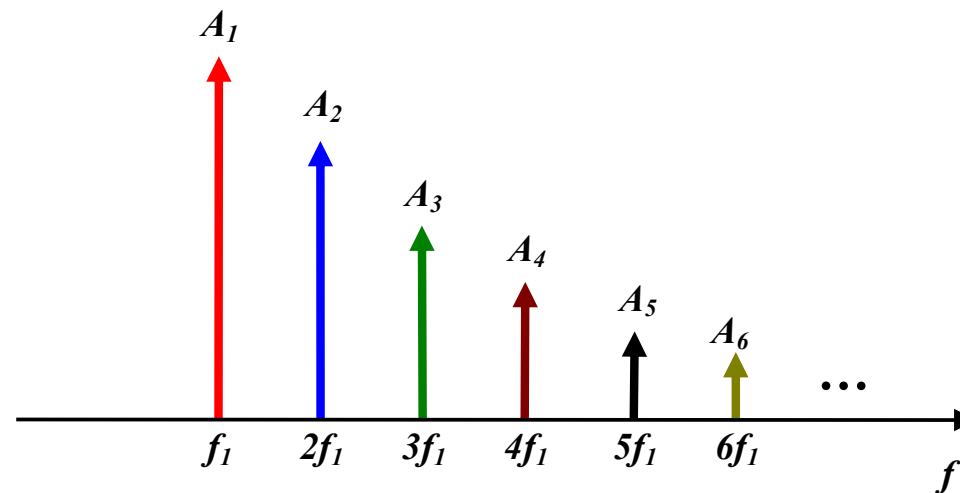
Σχήμα 7.1 Σύνθεση αρμονικών σημάτων και σχετικά φάσματα

Μπορούμε να πούμε ότι τα σήματα #1 και #2 αποτελούν τις *φασματικές συνιστώσες* του σήματος #3. Ο χειρισμός ενός σήματος μπορεί να γίνει είτε στο *πεδίο του χρόνου* (Σχήμα 7.1-i), είτε στο *πεδίο της συχνότητας* (Σχήμα 7.1-ii). Η μελέτη στο πεδίο της συχνότητας, η οποία πολλές φορές είναι ευκολότερη σε σχέση με την ανάλυση στο πεδίο του χρόνου, γίνεται με τη βοήθεια του *φάσματος* (spectrum) του σήματος. Πρόκειται για γράφημα ο οριζόντιος άξονας του οποίου αντιστοιχεί στη συχνότητα, ο δε κατακόρυφος αντιστοιχεί στο πλάτος (ή στην ισχύ) της αντίστοιχης αρμονικής συνιστώσας. Αν ο αριθμός των συνιστωσών είναι πεπερασμένος, τότε το αντίστοιχο φάσμα ονομάζεται *διακριτό* και οι φασματικές συνιστώσες παριστάνονται συνήθως με τη μορφή των βελών του Σχήματος 7.1-ii. Τα σήματα #1 και #2, για παράδειγμα, έχουν – ως αρμονικά – μοναδική συνιστώσα τη συχνότητα f_1 και f_2 , αντίστοιχα. Αντίθετα, το σήμα #3 – ως μη αρμονικό – έχει φάσμα που περιέχει τις συχνότητες f_1 και f_2 των οποίες προέκυψε.

7.1.2 Ανάλυση σημάτων κατά Fourier - φάσμα

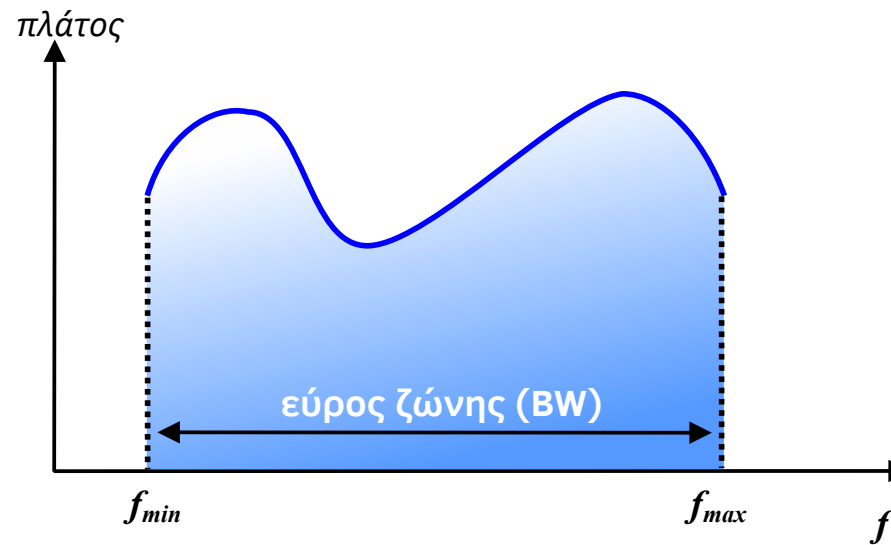
Μπορεί να αποδειχθεί ότι οποιοδήποτε μη αρμονικό σήμα μπορεί να προκύψει από την επαλληλία (υπέρθθεση) αρμονικών όρων κατάλληλης συχνότητας και πλάτους. Η μαθηματική διαδικασία με την οποία μπορούμε να βρούμε τις συχνότητες και τα πλάτη των αρμονικών συνιστωσών ενός σήματος ονομάζεται *ανάλυση Fourier* [5]. Με τη βοήθεια της ανάλυσης Fourier οδηγούμαστε στην έννοια του φάσματος.

Φάσμα ενός σήματος ονομάζεται το σύνολο των συχνοτήτων των αρμονικών συνιστωσών με συγκεκριμένα πλάτη τα οποία πρέπει να αθροισθούν, ώστε να δώσουν ως αποτέλεσμα το συγκεκριμένο σήμα. Αποδεικνύεται ότι οποιοδήποτε περιοδικό μη ημιτονικό σήμα περιόδου T έχει φάσμα που αποτελείται από μια σειρά συχνοτήτων, οι οποίες είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας βασικής (ή θεμελιώδους) συχνότητας του σήματος. Δηλαδή, το σήμα ισοδυναμεί με το άθροισμα αρμονικών σημάτων, καθένα από τα οποία έχει συχνότητα πολλαπλάσια της θεμελιώδους. Οι συχνότητες αυτές λέγονται *αρμονικές* (harmonics) και το αντίστοιχο φάσμα είναι προφανώς *διακριτό* (Σχήμα 7.2).



Σχήμα 7.2 Παράδειγμα διακριτού φάσματος περιοδικού σήματος

Αν το σήμα είναι μη περιοδικό, το φάσμα του αποτελείται από άπειρο αριθμό ημιτονικών σημάτων, των οποίων οι συχνότητες είναι τυχαίες, δεν έχουν σχέση μεταξύ τους και περιλαμβάνονται μεταξύ δύο ακραίων συχνοτήτων f_{min} (ελάχιστη) και f_{max} (μέγιστη), οι οποίες εξαρτώνται από τη φύση του σήματος. Ένα τέτοιο φάσμα είναι *συνεχές* (Σχήμα 7.3).



Σχήμα 7.3 Παράδειγμα συνεχούς φάσματος μη περιοδικού σήματος

Στην περίπτωση αυτή είναι ακριβέστερο να μιλάμε για *φασματική ζώνη* (ή εύρος ζώνης, bandwidth – BW) του σήματος. Χαρακτηριστική περίπτωση φάσματος αποτελεί το *ακουστικό φάσμα*, το οποίο αντιστοιχεί στη ζώνη συχνοτήτων από 20Hz έως 20kHz και περιλαμβάνει όλες τις συχνότητες που μπορούν να διεγείρουν το ανθρώπινο αφτί.

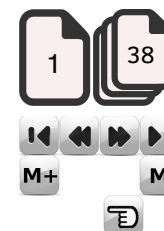
7.2 Η έννοια του φίλτρου

Ως *φίλτρο* (filter) μπορεί να χαρακτηριστεί, γενικά, κάθε ηλεκτρονικό κύκλωμα (ή σύστημα) η απόκριση του οποίου εξαρτάται από τη συχνότητα του σήματος εισόδου του. Αν λάβουμε υπόψη μας πως οι χωρητικότητες και οι αυτεπαγωγές έχουν σύνθετη αντίσταση η οποία εξαρτάται από τη συχνότητα του σήματος που διέρχεται από αυτές, μπορούμε να συμπεράνουμε πως κάθε κύκλωμα που περιέχει τουλάχιστον ένα από τα πιο πάνω στοιχεία θα λειτουργεί ως φίλτρο. Δεδομένου, μάλιστα, ότι παρασιτικές χωρητικότητες, αλλά και αυτεπαγωγές, υπεισέρχονται σχεδόν αναπόφευκτα λόγω κατασκευαστικών αδυναμιών, μπορούμε να αντιληφθούμε ότι κάθε κύκλωμα θα συμπεριφέρεται ως φίλτρο, οδηγώντας σε απόσβεση του σήματος σε μία ή περισσότερες περιοχές συχνοτήτων. Αν η συμπεριφορά αυτή είναι ανεπιθύμητη, ακολουθείται κατάλληλη σχεδίαση ώστε το ωφέλιμο σήμα να έχει συχνότητα εκτός των πιο πάνω περιοχών. Για το λόγο αυτό είναι χρήσιμη η ανάλυση της *απόκρισης κατά συχνότητα* (frequency response) ενός κυκλώματος, ιδιαίτερα εκείνων που λειτουργούν σε υψηλές συχνότητες.

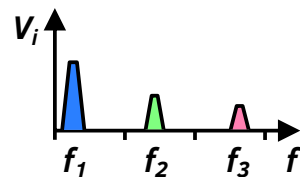
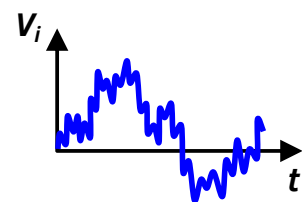
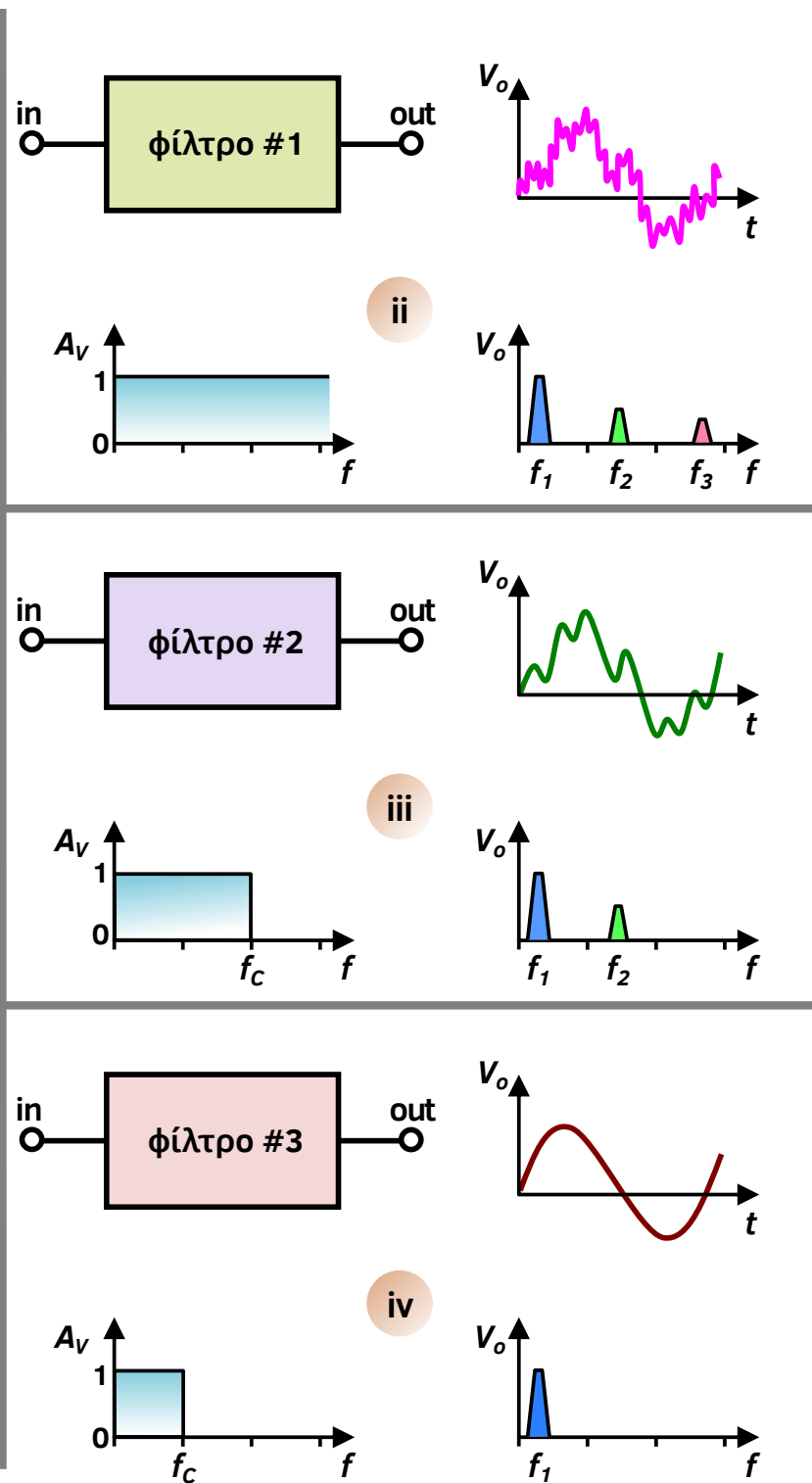
φίλτρου καθορίζεται από τη συνάρτηση μεταφοράς του, δηλαδή τη μιγαδική απολαβή τάσης υπό την έννοια τηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Συγκεκριμένα, αν το ίδιο σήμα εφαρμοστεί στις εισόδους διαφορετικών

φίλτρων τα αντίστοιχα σήματα εξόδου θα είναι διαφορετικά.

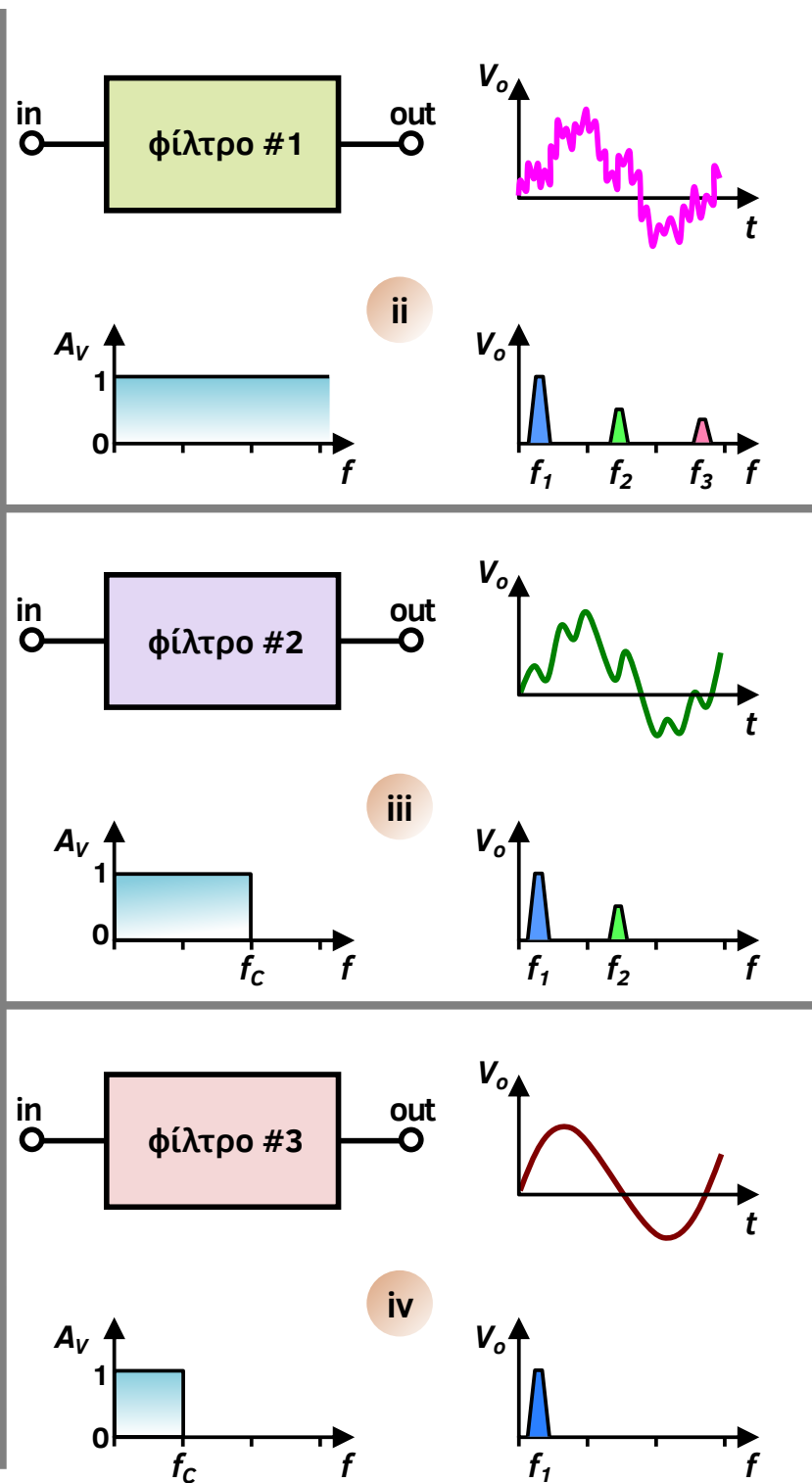
Έστω ένα σήμα το οποίο προκύπτει από την επαλληλία τριών συνιστωσών με συχνότητες f_1 , f_2 , και f_3 , όπως απεικονίζεται στο [Σχήμα 7.4-i](#) τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας.



Aa - C +



i





Η φασματική απόκριση του φίλτρου #1 του Σχήματος 7.4-ii είναι οριζόντια στην περιοχή συχνοτήτων του σήματος, οπότε – υποθέτοντας μοναδιαίο μέτρο για την απολαβή τάσης (A_V) στην περιοχή αυτή – θα πάρουμε στην έξοδο του φίλτρου αναλλοίωτο το σήμα εισόδου, τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας, μιας και τα πεδία αυτά είναι ισοδύναμα. Η απολαβή τάσης του φίλτρου #2 του Σχήματος 7.4-iii μηδενίζεται πάνω από μια συχνότητα f_C , η οποία ονομάζεται *συχνότητα αποκοπής* (cutoff frequency). Επειδή η συνιστώσα f_3 του σήματος εισόδου αντιστοιχεί σε συχνότητα μεγαλύτερη της συχνότητας αποκοπής, η συχνότητα αυτή θα απουσιάζει από το σήμα στην έξοδο του φίλτρου. (Η απεικόνιση του σήματος εξόδου στα πεδία του χρόνου και της συχνότητας φαίνεται στο Σχήμα 7.4-iii). Η συχνότητα αποκοπής (f_C) του φίλτρου #3 του Σχήματος 7.4-iv έχει επιλεγεί μεταξύ των συχνοτήτων f_1 και f_2 του σήματος εισόδου. Είναι φανερό ότι το φίλτρο θα επιτρέπει τη διέλευση μόνο της συχνότητας f_1 , αποπνίγοντας τις συνιστώσες f_1 και f_2 . Δεδομένου ότι το σήμα εξόδου περιέχει μια μονάχα συνιστώσα, η μορφή του στο πεδίο του χρόνου θα είναι αρμονική.

Από το προηγούμενο παράδειγμα μπορούμε να συμπεράνουμε πως η επίδραση ενός φίλτρου σε ένα σήμα δεν εξαρτάται μόνο από τη συνάρτηση μεταφοράς του ίδιου του φίλτρου, αλλά και από τη συσχέτισή της ως προς το φάσμα του σήματος εισόδου.

7.3 Διάκριση φίλτρων και χαρακτηριστικά τους

Υπάρχουν αρκετά κριτήρια για τη διάκριση των διάφορων τύπων φίλτρων, τα κυριότερα από τα οποία είναι τα εξής:

7.3.1 Ενίσχυση - απόσβεση συχνοτικών συνιστωσών

Φίλτρα που κατασκευάζονται με *παθητικά στοιχεία* (αντιστάτες, πυκνωτές, πηνία) χαρακτηρίζονται ως *παθητικά* (passive) και μπορούν να επιτύχουν την επιλεκτική απόσβεση των συχνοτικών συνιστωσών του σήματος εισόδου τους. Αντίθετα, φίλτρα που περιλαμβάνουν και *ενεργά στοιχεία* (τελεστικούς ενισχυτές, τρανζίστορ, κ.λπ.) μπορούν να επιτύχουν την επιλεκτική απόσβεση ορισμένων συχνοτήτων και την ενίσχυση άλλων. Τα φίλτρα αυτού του τύπου ονομάζονται *ενεργά* (active).

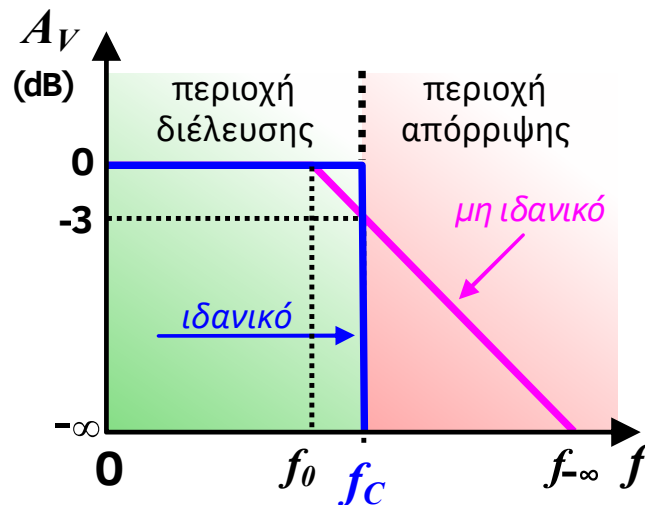
7.3.2 Επιλεκτικότητα

Ανάλογα με την *επιλεκτικότητά* τους, τα φίλτρα διακρίνονται σε *φίλτρα διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων* (Low Pass Filters – LPF), *φίλτρα διέλευσης υψηλών συχνοτήτων* (High Pass Filters – HPF), σε *φίλτρα διέλευσης ζώνης συχνοτήτων* (Band Pass Filters – BPF), σε *φίλτρα απόσβεσης ζώνης συχνοτήτων* (Band Stop Filters), κ.λπ., όπως θα εξηγήσουμε αναλυτικά στη συνέχεια. Όλα τα

φίλτρα του παραδείγματος του [Σχήματος 7.4](#) είναι φίλτρα LPF, αφού επιτρέπουν τη διέλευση των χαμηλών συχνοτήτων έως τη συχνότητα αποκοπής τους.

7.3.3 Διακριτική ικανότητα και τάξη

Η απόκριση κατά συχνότητα ενός φίλτρου περιλαμβάνει περιοχές διέλευσης και περιοχές απόρριψης διακριτές μεταξύ τους. Στην ιδανική περίπτωση, η συνάρτηση μεταφοράς θα είναι ασυνεχής στα όρια των πιο πάνω περιοχών κατά τον τρόπο που υποδεικνύει το [Σχήμα 7.5](#).



Σχήμα 7.5 Διακριτική ικανότητα φίλτρου

Επιπλέον, για ιδανικό παθητικό φίλτρο, συχνότητες σήματος εισόδου εντός των περιοχών διέλευσης υφίστανται μηδενική απόσβεση (μοναδιαία [ή μηδενική – σε decibel] απολαβή τάσης), ενώ η απόσβεση στις περιοχές απόρριψης είναι άπειρη (μηδενική [ή ίση με $-\infty$ – σε decibel] απολαβή τάσης). Ο ορισμός των συχνοτήτων αποκοπής (f_c) ενός ιδανικού φίλτρου είναι απλός, μιας και αυτές οριοθετούν γειτονικές περιοχές διέλευσης και απόρριψης.

Για τα πρακτικά φίλτρα είναι φανερό πως δεν είναι δυνατή η ύπαρξη ασυνεχειών στη συνάρτηση μεταφοράς. Επομένως, τα όρια μεταξύ των περιοχών διέλευσης και απόρριψης είναι δυσδιάκριτα, μιας και οι συχνότητες μηδενικής (f_0) και άπειρης απόσβεσης

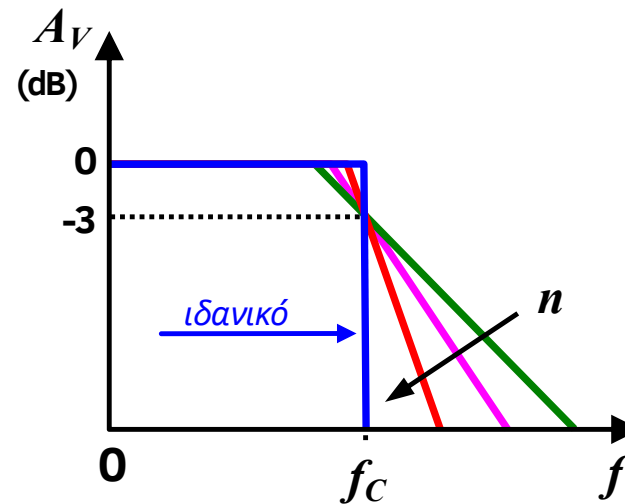
[Σχήμα 7.5](#)). Σε ένα μη ιδανικό φίλτρο η συχνότητα αποκοπής μεταξύ μιας περιοχής διέλευσης και της απόρριψης ορίζεται ως η συχνότητα καμπής του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου μεταξύ

των δύο περιοχών. Πρόκειται για τη συχνότητα εντός της περιοχής απόρριψης όπου η απολαβή τάσης παίρνει τιμή κατά 3dB μικρότερη της αντίστοιχης απολαβής στην περιοχή διέλευσης. Η συχνότητα αυτή ονομάζεται και *συχνότητα μισής ισχύος* (half power frequency), επειδή η ισχύς του σήματος υποδιπλασιάζεται για τη συγκεκριμένη συχνότητα.

Στην περίπτωση ιδανικού φίλτρου προφανώς θα ισχύει:

$$f_c = f_0 = f_{-\infty} \quad (7.1)$$

Μπορούμε, λοιπόν, να ισχυριστούμε πως όσο μικρότερη είναι η σχετική διαφορά των συχνοτήτων μηδενικής (f_0) και άπειρης απόσβεσης ($f_{-\infty}$), τόσο ιδανικότερο είναι ένα φίλτρο. Με άλλα λόγια, επιδιώκουμε τη μέγιστη δυνατή κλίση της χαρακτηριστικής μεταφοράς του φίλτρου στα όρια των περιοχών διέλευσης και απόρριψης. Φίλτρα μεγαλύτερης κυκλωματικής πολυπλοκότητας μπορούν να ικανοποιήσουν την πιο πάνω απαίτηση, ο βαθμός ικανοποίησης της οποίας σχετίζεται ευθέως με την τάξη (n) του φίλτρου, όπως υποδεικνύει το [Σχήμα 7.6](#).

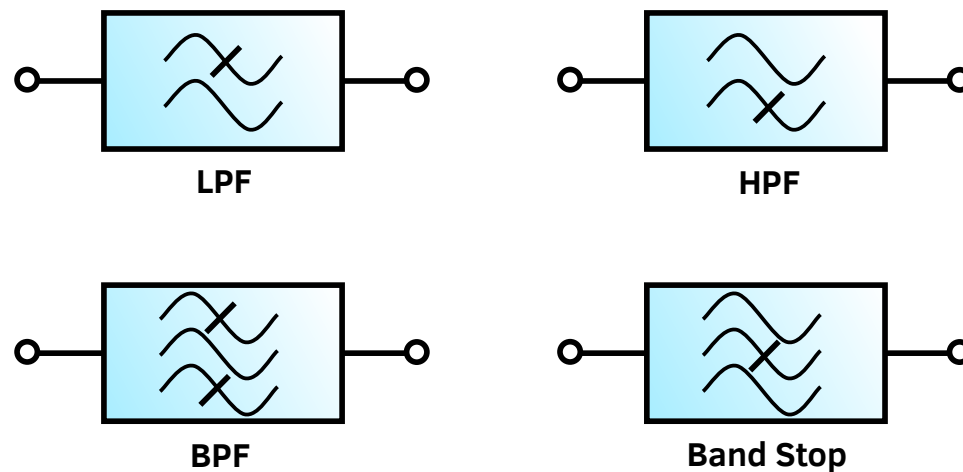


Σχήμα 7.6 Αποκρίσεις φίλτρων διαφορετικής τάξης

Ως *τάξη* (order) ενός φίλτρου ορίζεται ο μέγιστος βαθμός n της μεταβλητής s ($= j\omega$) στη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αυτού και σχετίζεται άμεσα με την κυκλωματική του πολυπλοκότητα. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, ένα απλό παθητικό φίλτρο περιλαμβάνει έναν πυκνωτή και μια αντίσταση, ένα όμοιο δεύτερης τάξης περιλαμβάνει δύο πυκνωτές και δύο

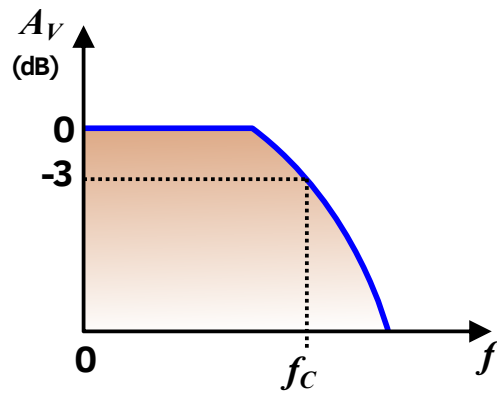
7.3.4 Τύποι φίλτρων

Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε στους κυριότερους τύπους φίλτρων, με κριτήριο την επιλεκτικότητά τους. Πρόκειται για τα φίλτρα διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων (Low Pass Filters – LPF), τα φίλτρα διέλευσης υψηλών συχνοτήτων (High Pass Filters – HPF), τα φίλτρα διέλευσης ζώνης συχνοτήτων (Band Pass Filters – BPF) και τα φίλτρα απόρριψης ζώνης συχνοτήτων (Band Stop Filters), τα σύμβολα των οποίων φαίνονται στο [Σχήμα 7.7](#) και τη λειτουργία των οποίων θα δούμε στη συνέχεια.

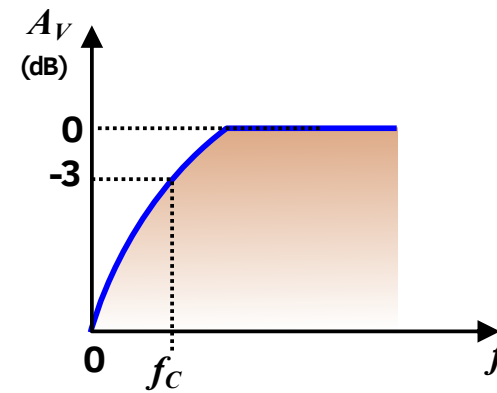


Σχήμα 7.7 Σύμβολα για τους συνηθέστερους τύπους φίλτρων

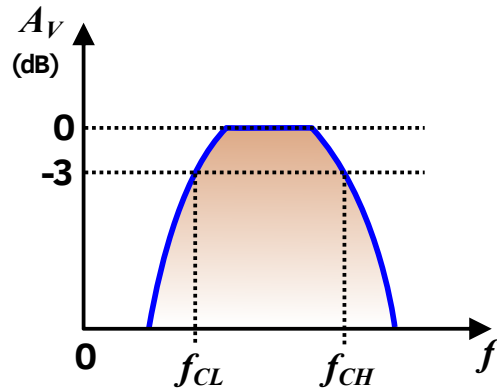
Στο [Σχήμα 7.8](#) περιλαμβάνονται τυπικές αποκρίσεις των πιο πάνω φίλτρων.



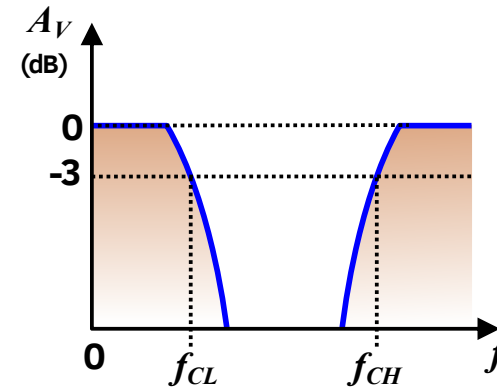
i LPF



ii HPF



iii BPF



iv Band Stop

Σχήμα 7.8 Τυπικές συναρτήσεις μεταφοράς (μέτρο) για τους συνηθέστερους τύπους φίλτρων

Όπως υποδηλώνει η αντίστοιχη ονομασία, ένα φίλτρο LPF διαθέτει μια μοναδική συχνότητα αποκοπής f_c και επιτρέπει τη διέλευση όλων των συχνοτήτων με τιμές μικρότερες από αυτήν, έως και της μηδενικής συχνότητας (DC), κατά το [Σχήμα 7.8-i](#).

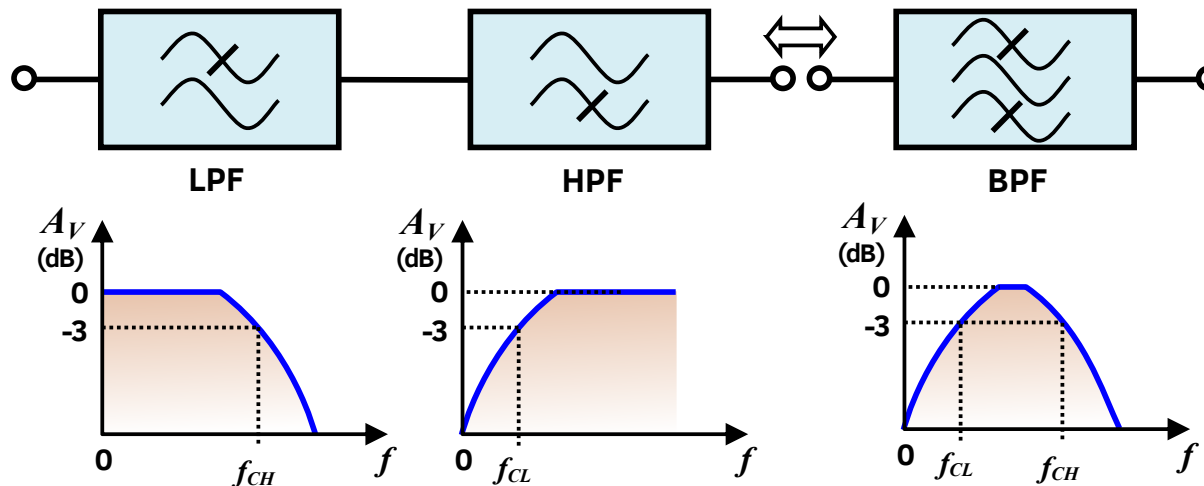
Παρόμοια, ένα φίλτρο HPF επιτρέπει τη διέλευση όλων των συχνοτήτων με τιμές μεγαλύτερες από τη (μοναδική) συχνότητα f_c , κατά το [Σχήμα 7.8-ii](#).



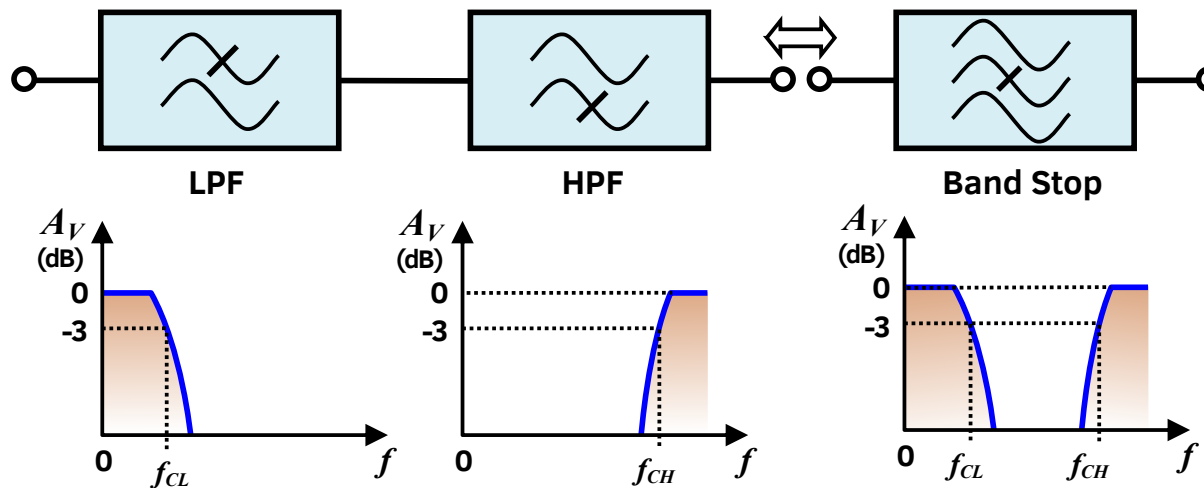
Αντίθετα, ένα φίλτρο διέλευσης ζώνης συχνοτήτων (BPF) διαθέτει δύο συχνότητες αποκοπής μιας και η απόκρισή του περιλαμβάνει μία περιοχή (ή ζώνη) διέλευσης και δύο περιοχές απόρριψης εκατέρωθεν της ζώνης αυτής, κατά το [Σχήμα 7.8-iii](#). Από τις δύο αυτές συχνότητες, εκείνη με τη μικρότερη τιμή (f_{CL}) οριοθετεί την περιοχή αποκοπής των χαμηλών συχνοτήτων, ενώ η άλλη (f_{CH}) οριοθετεί την περιοχή αποκοπής των υψηλών συχνοτήτων.

Την ανάστροφη λειτουργία επιτελεί ένα φίλτρο απόρριψης ζώνης. Και εδώ υπάρχουν δύο συχνότητες αποκοπής (f_{CL} και f_{CH}) οι οποίες οριοθετούν τη ζώνη απόρριψης. Οποιαδήποτε συχνότητα του σήματος εισόδου μεταξύ των δύο συχνοτήτων αποκοπής του φίλτρου απορρίπτονται, σύμφωνα με το [Σχήμα 7.8-iv](#).

Μπορεί εύκολα κάποιος να διαπιστώσει πως με τη σύνδεση σε σειρά ενός φίλτρου LPF και ενός HPF μπορούμε να πάρουμε ένα φίλτρο BPF, ή ένα φίλτρο απόρριψης ζώνης, με τον τρόπο που υποδεικνύουν τα Σχήματα [7.9](#) και [7.10](#), αντίστοιχα.

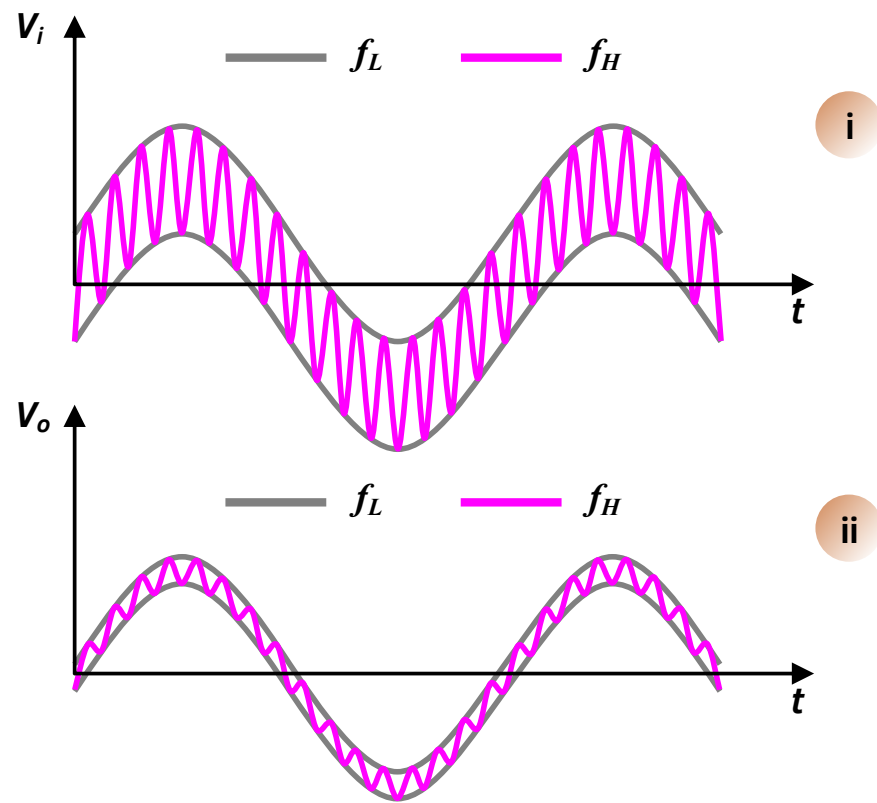


Σχήμα 7.9 Παραγωγή φίλτρου BPF με τη σύνδεση σε σειρά LPF και HPF

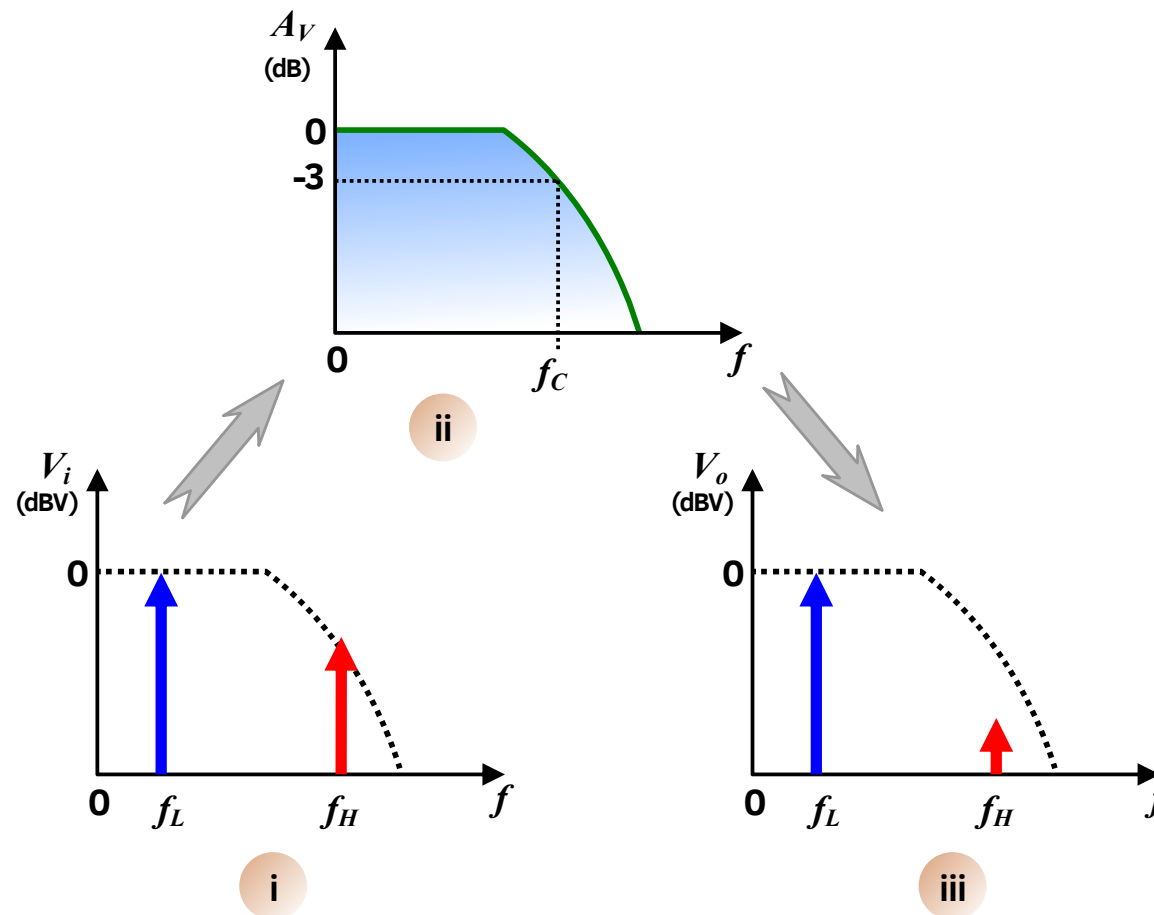


Σχήμα 7.10 Παραγωγή φίλτρου απόρριψης ζώνης με τη σύνδεση σε σειρά LPF και HPF

Ας εξετάσουμε λεπτομερέστερα την επίδραση που μπορεί να έχει ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων σε ένα σήμα, με τη βοήθεια ενός παραδείγματος. Ας θεωρήσουμε το σήμα V_i του Σχήματος 7.11-i, το οποίο εφαρμόζεται στην είσοδο ενός φίλτρου LPF με μέτρο απολαβής τάσης (A_v) που αντιστοιχεί στην καμπύλη του Σχήματος 7.12-ii.



Σχήμα 7.11 Παράδειγμα επίδρασης φίλτρου LPF σε σήμα στο πεδίο του χρόνου



Σχήμα 7.12 Παράδειγμα επίδρασης φίλτρου LPF σε σήμα στο πεδίο της συχνότητας

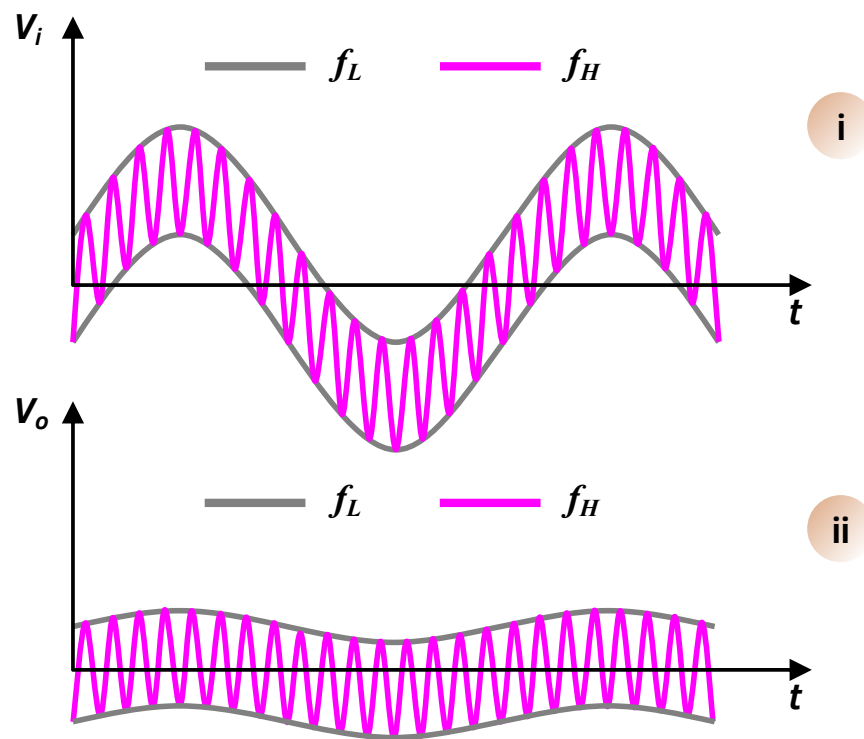
Όπως φαίνεται από το φάσμα του [Σχήματος 7.12-i](#), το σήμα αποτελείται από δύο συνιστώσες, η μία με τιμή συχνότητας f_L και η άλλη με τιμή f_H , μεγαλύτερη της πρώτης αλλά μικρότερου πλάτους. Η εικόνα αυτή αντανακλά στο πεδίο του χρόνου ([Σχήμα 7.11-i](#)) ως μια «αργή» μεταβολή που αντιστοιχεί στη συχνότητα f_L , στην οποία επικάθεται μια «γρήγορη» μεταβολή, που αντιστοιχεί στη συχνότητα f_H . Διερχόμενο από το φίλτρο, το σήμα υφίσταται εξασθένηση της υψίσυχνης συνιστώσας συχνότητας f_H , κατά τον τρόπο που υποδεικνύει το [Σχήμα 7.12-iii](#). Για το σήμα (V_o) στην έξοδο του φίλτρου στο πεδίο του χρόνου ([Σχήμα 7.11-ii](#)), το πλάτος της υψίσυχνης διακύμανσης περιορίζεται σημαντικά, ενώ το πλάτος της «αργής»

μεταβολής f_L δεν επηρεάζεται. Το αποτέλεσμα μας θυμίζει τη διαδικασία της εξομάλυνσης, η οποία αποσκοπεί στην εξομάλυνση μιας ανορθωμένης αρμονικής κυματομορφής, την οποία εξετάσαμε στο δεύτερο κεφάλαιο.

Πράγματι, ο συνδυασμός αντίστασης και πυκνωτή που χρησιμοποιούμε κατά την εξομάλυνση αντιστοιχεί στην πράξη σε ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης, όπως θα δούμε σε επόμενη παράγραφο.

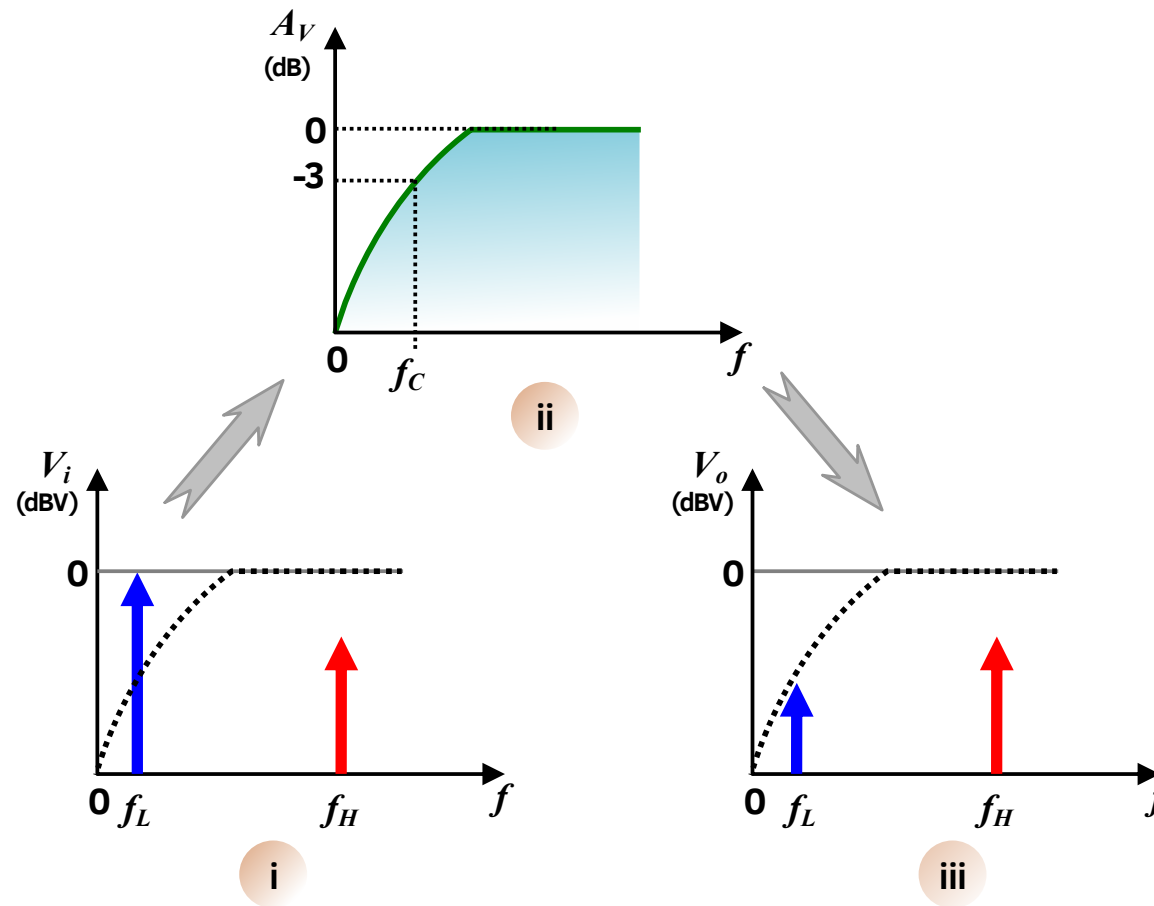
Ας δούμε, στο σημείο αυτό, την επίδραση ενός φίλτρου HPF σε ένα σήμα, χρησιμοποιώντας σήμα όμοιο με αυτό του προηγούμενου παραδείγματος. Ας υποθέσουμε πως το φίλτρο του παραδείγματός μας παρουσιάζει την απόκριση του

Σχήματος 7.13-ii .



Σχήμα 7.13 Παράδειγμα επίδρασης φίλτρου HPF σε σήμα στο πεδίο του χρόνου

Διερχόμενο από το φίλτρο, το σήμα υφίσταται εξασθένηση της συνιστώσας με χαμηλή συχνότητα (f_L), κατά τον τρόπο που υποδεικνύει το Σχήμα 7.14-iii .



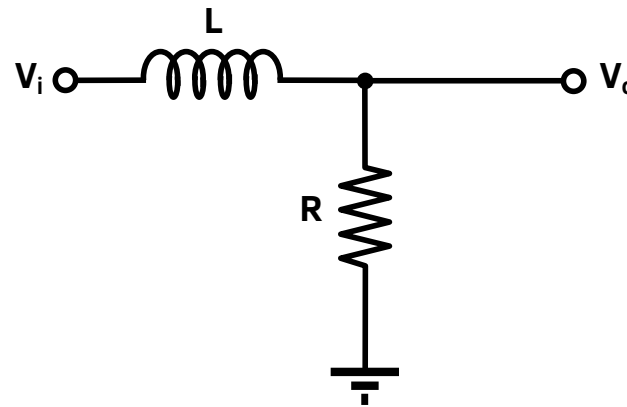
Σχήμα 7.14 Παράδειγμα επίδρασης φίλτρου HPF σε σήμα στο πεδίο της συχνότητας

Για το σήμα (V_o) στην έξοδο του φίλτρου στο πεδίο του χρόνου ([Σχήμα 7.13-ii](#)), το πλάτος της υψίσυχνης διακύμανσης παραμένει αμετάβλητο, ενώ το πλάτος της «αργής» συνιστώσας συχνότητας f_L περιορίζεται σημαντικά.

7.4 Παθητικά φίλτρα πρώτης τάξης

Πριν προχωρήσουμε στη λεπτομερέστερη ανάλυση απλών παθητικών φίλτρων πρώτης τάξης, ας δούμε ποιοτικά την αρχή στην λειτουργία τους.

Έστω το κύκλωμα του [Σχήματος 7.15](#), που αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και ωμικό αντιστάτη με τιμή αντίστασης R .



Σχήμα 7.15 Παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης

Προκειμένου να κατανοήσουμε τη λειτουργία του κυκλώματος αρκεί να θυμηθούμε πως η σύνθετη αντίσταση (Z_L) ενός πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L εξαρτάται από τη συχνότητα (f) του σήματος που εφαρμόζεται στα άκρα του, σύμφωνα με τη σχέση:

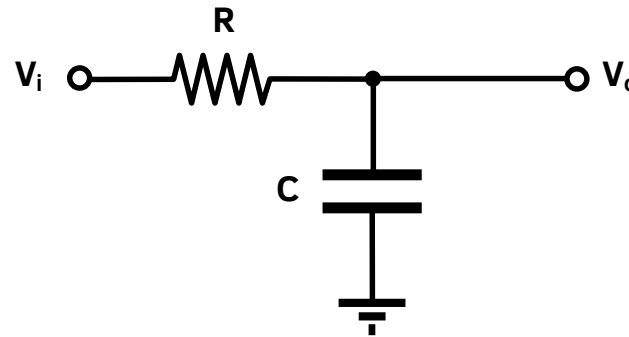
$$Z_L = L\omega j \quad (7.2)$$

όπου $\omega = 2\pi f$ η κυκλική συχνότητα του σήματος. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να διαπιστώσουμε από τη σχέση [7.2](#) πως η αντίσταση ενός πηνίου είναι μηδενική για μηδενική συχνότητα σήματος (δηλαδή για DC) και αυξάνεται ανάλογα με τη συχνότητα.

Από το κύκλωμα του φίλτρου ([Σχήμα 7.15](#)) μπορούμε να παρατηρήσουμε πως η τάση εξόδου λαμβάνεται ως το κλάσμα της τάσης εισόδου που προκύπτει από τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζουν το πηνίο και ο αντιστάτης. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του πηνίου, τόσο μικρότερη θα είναι η τιμή της τάσης εξόδου, δεδομένου πως η αντίσταση R είναι σταθερή και ανεξάρτητη της συχνότητας του σήματος. Όταν η συχνότητα του σήματος εισόδου είναι μεγάλη, η αντίσταση του πηνίου θα είναι αντίστοιχα μεγάλη και η απολαβή του διαιρέτη θα είναι μικρή. Αντίστροφα, όταν η συχνότητα του σήματος εισόδου είναι μικρή, η απολαβή θα είναι αντίστοιχα μικρή και η απολαβή του διαιρέτη τάσης θα είναι μεγάλη (και ίση με τη μονάδα όταν η συχνότητα θα είναι μηδενική).

Από την προηγούμενη ποιοτική ανάλυση προκύπτει πως το κύκλωμα που εξετάζουμε συμπεριφέρεται ως φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων. Επειδή, δε, αποτελείται από έναν αντιστάτη (R) και ένα πηνίο (L) ονομάζεται *φίλτρο R-L*. Όπως θα προκύψει από την ποσοτική ανάλυση που θα ακολουθήσει, η τάξη του κυκλώματος ισούται με τη μονάδα, άρα πρόκειται για ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης. Ο όγκος (και άρα και το κόστος) των πηνίων είναι μεγαλύτερα σε σχέση με εκείνα των πυκνωτών, γεγονός που τα καθιστά όχι ιδιαίτερα δημοφιλή στους σχεδιαστές κυκλωμάτων.

Μια εναλλακτική υλοποίηση ενός φίλτρου LPF με τη χρήση πυκνωτή φαίνεται στο [Σχήμα 7.16](#).



Σχήμα 7.16 Παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C πρώτης τάξης

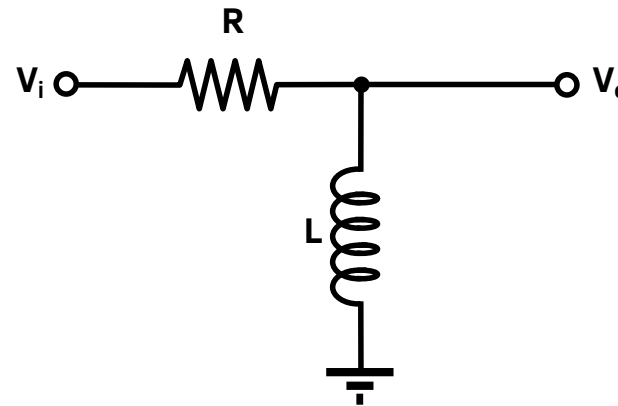
Ας εξετάσουμε ποιοτικά τη συμπεριφορά του κυκλώματος αυτού. Θα πρέπει να θυμηθούμε πως η σύνθετη αντίσταση (Z_C) ενός πυκνωτή χωρητικότητας C εξαρτάται από τη συχνότητα (f) του σήματος που εφαρμόζεται στα άκρα του, σύμφωνα με τη σχέση:

$$Z_C = \frac{1}{C\omega j} \quad (7.3)$$

Από τη σχέση [7.3](#) μπορούμε να διαπιστώσουμε πως η αντίσταση ενός πυκνωτή είναι άπειρη για μηδενική συχνότητα σήματος (αποτελεί, δηλαδή, βραχυκύκλωμα για το DC) και μειώνεται όσο αυξάνεται η συχνότητα. Όπως και στο κύκλωμα R-L το οποίο περιγράψαμε προηγούμενα, η τάση εξόδου λαμβάνεται ως το κλάσμα της τάσης εισόδου που προκύπτει από τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζουν ο αντιστάτης και ο πυκνωτής. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του πυκνωτή, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τιμή της τάσης εξόδου, δεδομένου πως η αντίσταση R είναι σταθερή και ανεξάρτητη της συχνότητας του σήματος. Όταν η τάση εισόδου είναι μεγάλη, η αντίσταση του πυκνωτή θα είναι μικρή και το ίδιο θα συμβαίνει για την απολαβή του διαιρέτη τάσης (και ίση με τη μονάδα όταν η συχνότητα του σήματος θα είναι μηδενική).

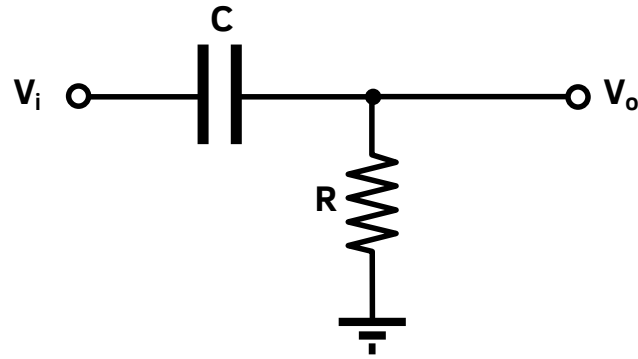
Από την πιο πάνω ποιοτική ανάλυση προκύπτει πως το κύκλωμα συμπεριφέρεται ως φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων. Επειδή, δε, αποτελείται από έναν αντιστάτη (R) και έναν πυκνωτή (C) ονομάζεται *φίλτρο R-C*. Όπως θα προκύψει από την ποσοτική ανάλυση που θα ακολουθήσει, η τάξη του κυκλώματος ισούται με τη μονάδα, άρα πρόκειται για ένα φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C πρώτης τάξης.

Εναλλάσσοντας τη θέση των δύο παθητικών στοιχείων του κυκλώματος του [Σχήματος 7.15](#) παίρνουμε το φίλτρο του [Σχήματος 7.17](#), η αρχή λειτουργίας του οποίου δεν διαφοροποιείται ουσιαστικά. Η μοναδική διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι, λόγω ακριβώς της εναλλαγής θέσης των στοιχείων, ο διαιρέτης τάσης θα συμπεριφέρεται «αντίστροφα» ως προς τη συχνότητα, εμφανίζοντας μηδενική απολαβή στο DC (μιας και η έξοδος θα γειώνεται μέσω του πηνίου) και αυξανόμενη απολαβή (η οποία θα τείνει στη μονάδα) όσο αυξάνεται η συχνότητα του σήματος στην είσοδο. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, πως αναφερόμαστε σε ένα φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης.



Σχήμα 7.17 Παθητικό φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης

Με παρόμοιους συλλογισμούς μπορούμε να διαπιστώσουμε πως το κύκλωμα του [Σχήματος 7.18](#) μπορεί να υλοποιήσει ένα φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων R-C πρώτης τάξης.



Σχήμα 7.18 Παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C πρώτης τάξης

Ας επιστρέψουμε στο παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-L του Σχήματος 7.15 και ας υπολογίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του.

Από τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζουν το πηνίο και ο αντιστάτης μπορούμε να γράψουμε για την τάση εξόδου (V_o) :

$$V_o = \frac{R}{R + L\omega j} V_i \quad (7.4)$$

Η σχέση 7.4 μπορεί να δώσει, ισοδύναμα:

$$H(s) = A_v(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{L}{R}s} \quad (7.5)$$

όπου H η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, η οποία μπορεί να γραφτεί και ως:

$$H(s) = A_v(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\left(\frac{R}{L}\right)}} \quad (7.6)$$

Πρόκειται για μια συνάρτηση μεταφοράς πρώτης τάξης, με έναν πραγματικό πόλο, αντίστοιχη της μορφής:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_0}} \quad (7.7)$$

(όπου ω_0 η κυκλική συχνότητα καμψής), η οποία έχει μελετηθεί στο πρώτο κεφάλαιο. Με σύγκριση των σχέσεων 7.6 και 7.7 μπορεί να προκύψει η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου (f_C) :

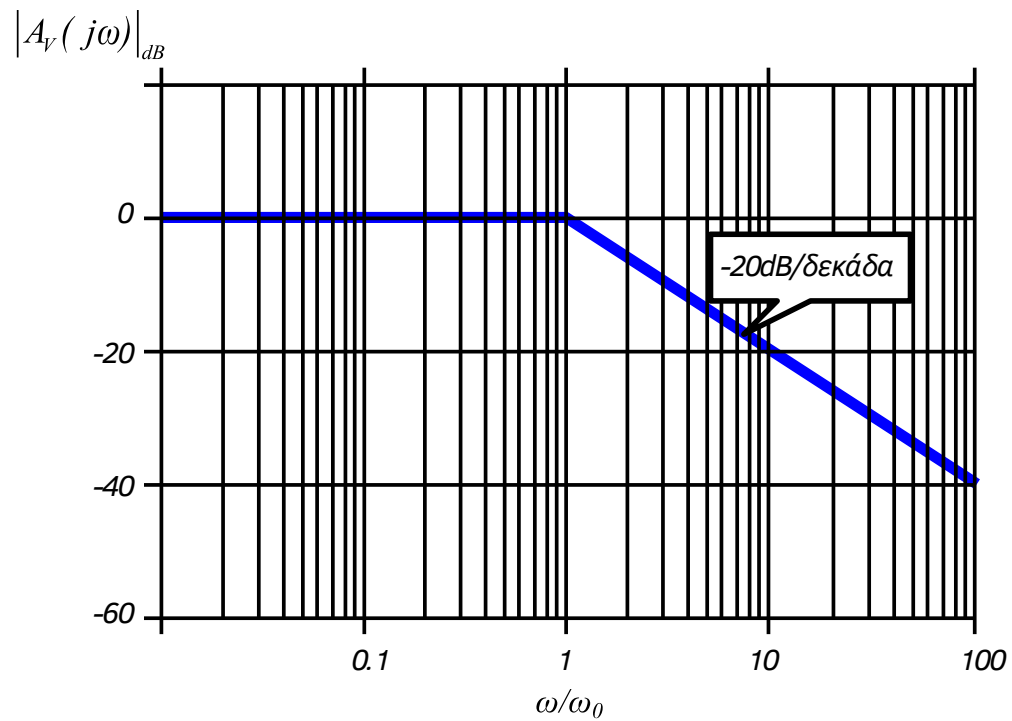
$$\omega_0 = 2\pi f_C = \frac{R}{L} \quad (7.8)$$

από την οποία βρίσκουμε:

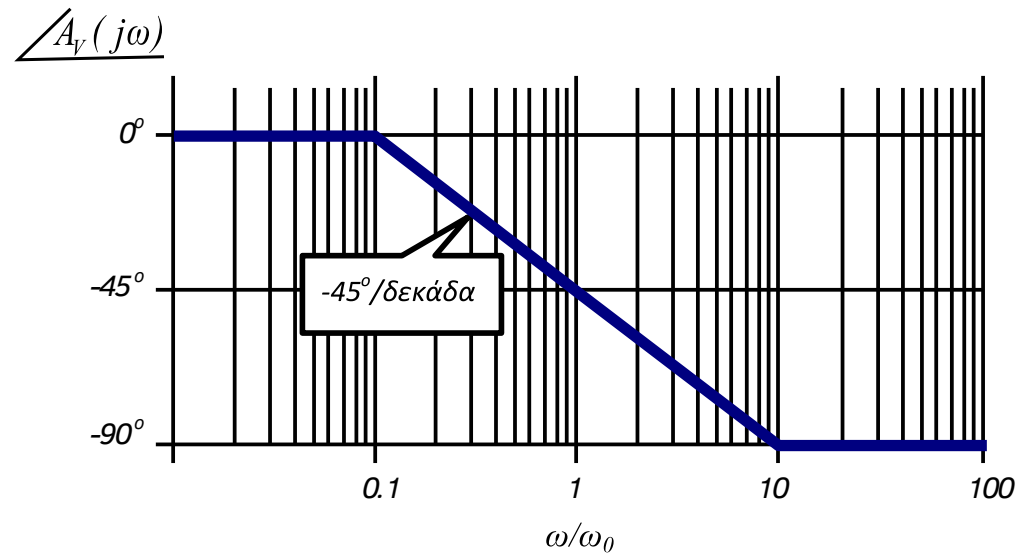
$$f_C = \frac{R}{2\pi L} \quad (7.9)$$

Γίνεται φανερό ότι η επιθυμητή τιμή της συχνότητας αποκοπής μπορεί να επιτευχθεί με την κατάλληλη επιλογή τιμών των παθητικών στοιχείων R και L .

Με βάση την ανάλυση που έγινε στο πρώτο κεφάλαιο, μπορούμε να σχεδιάσουμε τα διαγράμματα Bode που περιγράφουν την απόκριση κατά συχνότητα του φίλτρου, όπως αυτά φαίνονται στα Σχήματα 7.19 και 7.20 .



Σχήμα 7.19 Διάγραμμα Bode για το μέτρο της απολαβής τάσης παθητικού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης



Σχήμα 7.20 Διάγραμμα Bode για τη φάση μεταξύ των σημάτων εξόδου-εισόδου παθητικού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-L πρώτης τάξης

Μια πολύ σημαντική παρατήρηση από τα διαγράμματα αυτά είναι πως η κλίση του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς στη ζώνη απόρριψης είναι -20dB ανά δεκάδα, γεγονός που ισχύει για όλα τα παθητικά φίλτρα πρώτης τάξης που εξετάσαμε.

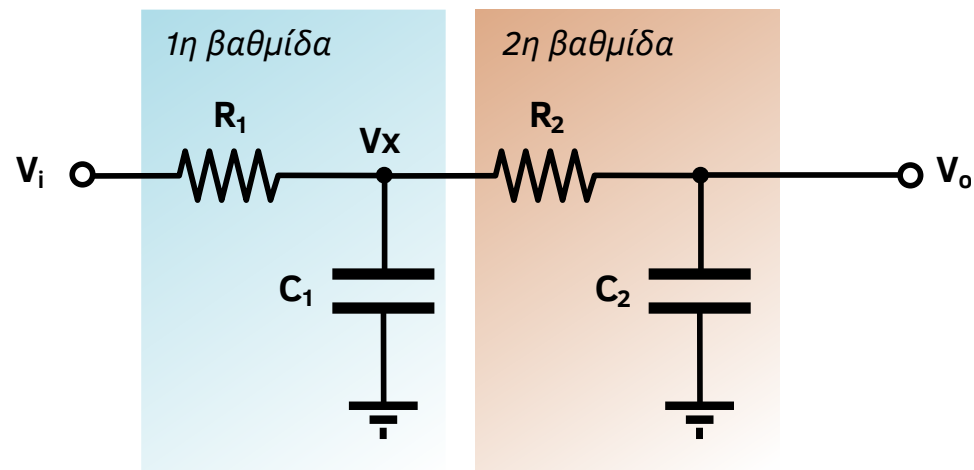
Εργαζόμενοι με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να βρούμε τις συναρτήσεις μεταφοράς και τις συχνότητες αποκοπής και των υπόλοιπων παθητικών φίλτρων που προηγήθηκαν, όπως συνοψίζονται στον [Πίνακα 7.1](#).

Πίνακας 7.1 Συναρτήσεις μεταφοράς και συχνότητες αποκοπής απλών παθητικών φίλτρων πρώτης τάξης

Παθητικά στοιχεία	Τύπος (επιλεκτικότητα)	Συνάρτηση Μεταφοράς	Συχνότητα Αποκοπής
R-L	LPF	$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{L}{R}s}$	$f_c = \frac{R}{2\pi L}$
R-L	HPF	$H(s) = \frac{s}{s + \frac{R}{L}}$	$f_c = \frac{R}{2\pi L}$
R-C	LPF	$H(s) = \frac{1}{1 + RCs}$	$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$
R-C	HPF	$H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$	$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

7.5 Παθητικά φίλτρα δεύτερης τάξης

Όπως ήδη αναφέραμε, η ανάγκη για μεγάλη διακριτική ικανότητα μας αναγκάζει να προχωρήσουμε στην επιλογή φίλτρων ανώτερης τάξης, για τα οποία η κλίση του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς στη ζώνη απόρριψης είναι μεγαλύτερη από τα -20dB/δεκάδα των αντίστοιχων φίλτρων πρώτης τάξης. Ένα παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης, σαν αυτά που ήδη εξετάσαμε, μπορεί να μετατραπεί σε δεύτερης τάξης αν συνδέσουμε στην έξοδό του ένα ακόμη φίλτρο πρώτης τάξης. Στο [Σχήμα 7.21](#) απεικονίζεται ένα παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C δεύτερης τάξης το οποίο έχει προκύψει από τη διασύνδεση δύο βαθμίδων πρώτης τάξης, όμοιας τοπολογίας.



Σχήμα 7.21 Παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C δεύτερης τάξης

Για τη γενική περίπτωση του [Σχήματος 7.21](#), μπορεί να αποδειχθεί πως η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δίνεται από τη σχέση:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (7.10)$$

Για απλοποίηση των υπολογισμών θα θεωρήσουμε ότι ισχύει:

$$R_1 = R_2 = R \quad (7.11)$$

και

$$C_1 = C_2 = C \quad (7.12)$$

Η τάση εξόδου (V_o) του φίλτρου ισούται με το κλάσμα της τάσης V_x στην έξοδο της πρώτης βαθμίδας (βλπ. [Σχήμα 7.21](#)) όπως προκύπτει από τον διαιρέτη τάσης της δεύτερης βαθμίδας. Μπορούμε, επομένως, να γράψουμε:

$$V_o = \frac{Z_2}{R_2 + Z_2} V_x \quad (7.13)$$

όπου Z_2 η σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή C_2 .

Παρόμοια, η τάση εξόδου της πρώτης βαθμίδας (V_x) ισούται με το κλάσμα της τάσης V_i στην είσοδο του φίλτρου όπως προκύπτει από τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζεται από την αντίσταση R_1 και από το δικτύωμα των λοιπών στοιχείων του κυκλώματος (C_1 , R_2 και C_2) μεταξύ της διεπαφής των δύο βαθμίδων και της γης. Από την τοπολογία του δικτυώματος των C_1 , R_2 και C_2 προκύπτει ότι η ισοδύναμη σύνθετη αντίστασή του Z_δ έχει ως εξής:

$$Z_\delta = Z_1 // (R_2 + Z_2) \quad (7.14)$$

όπου Z_1 η σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή C_1 . Από τον διαιρέτη τάσης που σχηματίζουν οι R_1 και Z_δ προκύπτει:

$$V_x = \frac{Z_\delta}{R_1 + Z_\delta} V_i \quad (7.15)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις [7.13](#) και [7.15](#) παίρνουμε:

$$V_o = \frac{Z_2}{R_2 + Z_2} \cdot \frac{Z_\delta}{R_1 + Z_\delta} V_i \quad (7.16)$$

η οποία, με αντικατάσταση της σχέσης [7.14](#), δίνει:

$$V_o = \frac{Z_2}{R_2 + Z_2} \cdot \frac{Z_1 // (R_2 + Z_2)}{R_1 + [Z_1 // (R_2 + Z_2)]} V_i \quad (7.17)$$

Λόγω των παροδοχών των σχέσεων 7.11, και 7.12, η 7.17 απλοποιείται ως εξής:

$$V_o = \frac{Z \cdot [Z // (R + Z)]}{(R + Z) \cdot \{R + [Z // (R + Z)]\}} V_i \quad (7.18)$$

όπου $Z (=1/Cs)$ η σύνθετη αντίσταση που αντιστοιχεί στη χωρητικότητα C της σχέσης 7.12.

Η τελευταία γράφεται, ισοδύναμα,:

$$V_o = \frac{\frac{1}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{R^2 C^2}} V_i \quad (7.19)$$

από την οποία προκύπτει άμεσα η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δεύτερης τάξης:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{R^2 C^2}} \quad (7.20)$$

Για πολύ χαμηλές συχνότητες ($s \rightarrow 0$), η έκφραση της συνάρτησης μεταφοράς δίνει $H(s)=1$.

Για τη συχνότητα αποκοπής (f_C , ή ω_C) η απαίτηση μισής ισχύος επιβάλλει:

$$|H(j\omega_C)|^2 = \frac{1}{2} \quad (7.21)$$

Συνδυάζοντας τις 7.20 και 7.21 παίρνουμε:

$$\omega_C^4 + \frac{7\omega_C^2}{R^2 C^2} - \frac{1}{R^4 C^4} = 0 \quad (7.22)$$

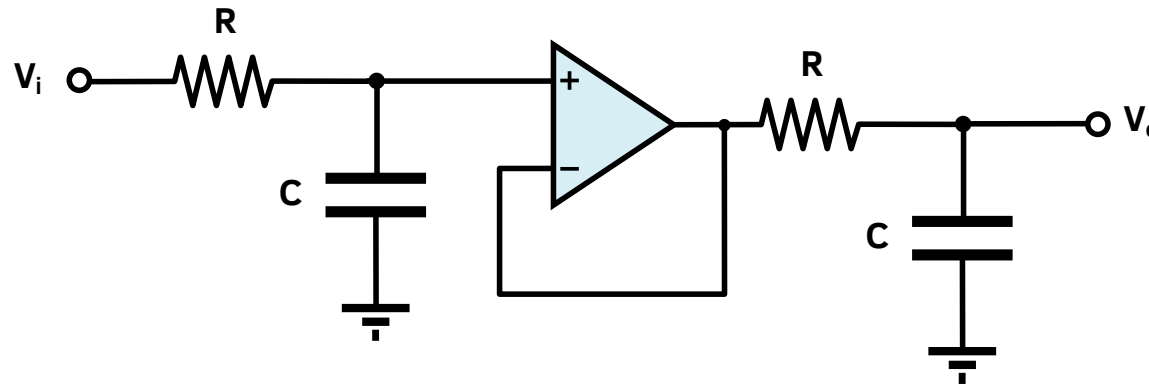
η επίλυση της οποίας δίνει:

$$f_C \simeq \frac{0.45}{2\pi RC} \quad (7.23)$$

Επιστρέφοντας στην έκφραση 7.20 για τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δεύτερης τάξης που εξετάζουμε, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως ο παρονομαστής είναι πολυώνυμο δεύτερου βαθμού ως προς s με θετική διακρίνουσα. Επομένως, η συνάρτηση μεταφοράς έχει δύο πόλους σε καθέναν από τους οποίους αντιστοιχεί κλίση -20dB/δεκάδα στο διάγραμμα Bode του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς. Κατά συνέπεια, το άθροισμα των συνεισφορών κάθε πόλου δίνει συνολική κλίση -40dB/δεκάδα στις υψηλές συχνότητες.

Γενικά, σε ένα φίλτρο n τάξης με μία συχνότητα αποκοπής η κλίση του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς μεταξύ των περιοχών διέλευσης και απόρριψης είναι ίση με $-20n$ dB/δεκάδα.

Αν στο κύκλωμα του φίλτρου που εξετάσαμε παρεμβάλουμε έναν απομονωτή μεταξύ των δύο βαθμίδων πρώτης τάξης, θα πάρουμε το φίλτρο του Σχήματος 7.22 .



Σχήμα 7.22 Παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C δεύτερης τάξης με απομονωμένες βαθμίδες

Στην περίπτωση αυτή, η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου θα προκύψει από το γινόμενο των συναρτήσεων μεταφοράς των επιμέρους βαθμίδων. Από τον [Πίνακα 7.1](#) παρατηρούμε πως η συνάρτηση μεταφοράς κάθε βαθμίδας δίνεται από τη σχέση:

$$h(s) = \frac{1}{1 + RCs} \quad (7.24)$$

οπότε η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δεύτερης τάξης θα είναι:

$$H(s) = h^2(s) = \frac{1}{(1 + RCs)^2} \quad (7.25)$$

Από την πιο πάνω σχέση μπορούμε να παρατηρήσουμε πως η συνάρτηση μεταφοράς έχει διπλό πόλο, από τον οποίο προκύπτει η συχνότητα αποκοπής:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (7.26)$$

ης μεταφοράς του φίλτρου προκύπτει άμεσα από τη σχέση [7.25](#) :

$$|H(s)| = \frac{1}{|(1 + RCs)^2|} = \frac{1}{|R^2 C^2 s^2 + 2RCs + 1|} \quad (7.27)$$

από την οποία παίρνουμε:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{|(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 2RC\omega j|} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 4R^2 C^2 \omega^2}} \quad (7.28)$$

Για μεγάλες τιμές της συχνότητας ω η σχέση 7.28 γράφεται:

$$|H(j\omega)| \simeq \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2} \quad (7.29)$$

ή, με χρήση της σχέσης 7.26 : γράφεται:

$$|H(j\omega)| \simeq \frac{\omega_C^2}{\omega^2} \quad (7.30)$$

από την οποία βρίσκουμε:

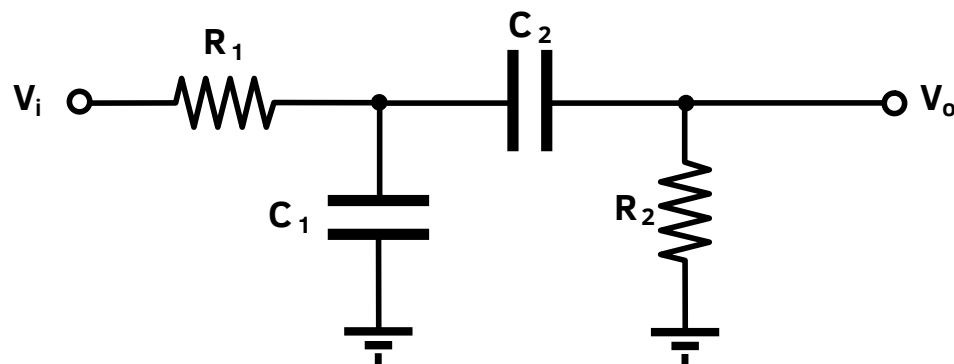
$$20\log_{10}|H(j\omega)| = -40\log_{10}\frac{\omega}{\omega_C} \quad (7.31)$$

Από τη σχέση 7.31 επιβεβαιώνουμε πως και για το φίλτρο δεύτερης τάξης το οποίο εξετάζουμε η κλίση του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς στο αντίστοιχο διάγραμμα Bode είναι ίση με -40dB/δεκάδα.

Όπως προηγουμένως είπαμε πως το κόστος κατασκευής φίλτρων ανώτερης τάξης είναι μεγαλύτερο, τόσο λόγω της πολυπλοκότητάς τους όσο και λόγω των δυσκολιών στη σχεδιάσή τους. Παρόλα αυτά, η επιλογή τους είναι

αναπόφευκτη σε εφαρμογές που απαιτούν φίλτρα μεγάλης διακριτικής ικανότητας.

Πριν κλείσουμε την αναφορά μας στα παθητικά φίλτρα δεύτερης τάξης, ας εξετάσουμε το φίλτρο διέλευσης ζώνης συχνοτήτων του [Σχήματος 7.23](#).



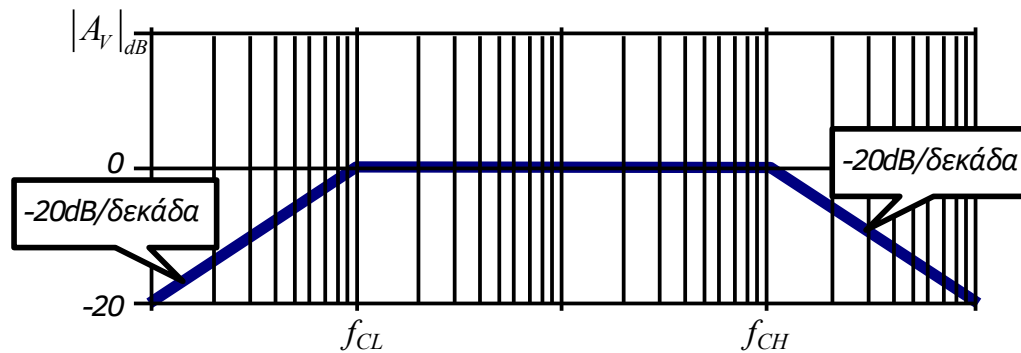
Σχήμα 7.23 Παθητικό φίλτρο διέλευσης ζώνης συχνοτήτων R-C δεύτερης τάξης

Η σχεδίαση του κυκλώματος του φίλτρου ακολουθεί την αρχή σύμφωνα με την οποία μπορούμε να πάρουμε ένα φίλτρο BPF με τη διασύνδεση σε σειρά ενός φίλτρου LPF και ενός φίλτρου HPF (βλπ. και [Σχήμα 7.9](#)). Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου μπορεί να βρεθεί ακολουθώντας διαδικασία παρόμοια με εκείνη που ακολουθήθηκε στην περίπτωση του φίλτρου LPF δεύτερης τάξης που προηγήθηκε, και η έκφρασή της δίνεται από τη σχέση:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R_2 C_2} s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (7.32)$$

Ο βαθμός του παρονομαστή υποδεικνύει πως αναφερόμαστε σε ένα φίλτρο δεύτερης τάξης (με δύο πόλους). Παρόλα αυτά, η συνεισφορά του μηδενικού του αριθμητή δίνει δύο διαφορετικές συχνότητες αποκοπής (f_{CL} και f_{CH}) που οριοθετούν τις περιοχές απόρριψης εκατέρωθεν της ζώνης διέλευσης, εντός των οποίων η κλίση του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς είναι

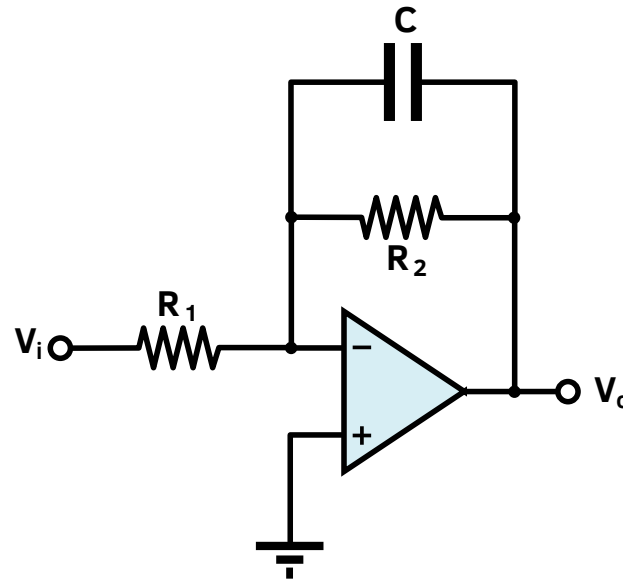
όπως υποδεικνύει το [Σχήμα 7.24](#).



Σχήμα 7.24 Διάγραμμα Bode για το μέτρο της απολαβής τάσης παθητικού φίλτρου διέλευσης ζώνης συχνοτήτων R-C δεύτερης τάξης

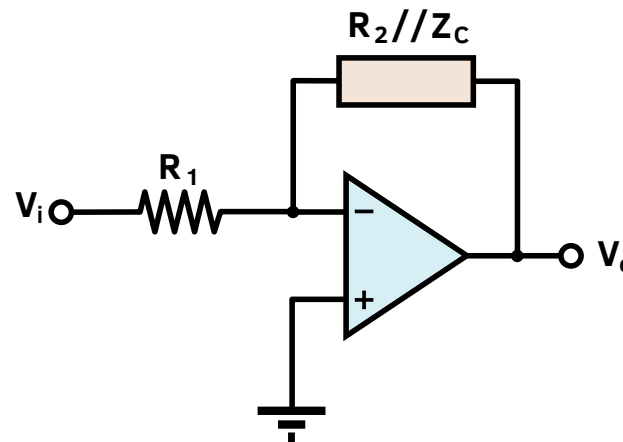
7.6 Ενεργά φίλτρα

Οι κυριότεροι λόγοι για τους οποίους επιλέγεται η χρήση *ενεργών φίλτρων* (active filters) είναι η απολαβή μεταξύ των διαδοχικών βαθμίδων, η προσαρμογή τάσης και η απαλλαγή από την ανάγκη χρήσης πηνίων [6](#) [7](#). Η αναλυτική μελέτη των τοπολογιών των ενεργών φίλτρων βρίσκεται εκτός των σκοπών αυτού του βιβλίου. Προκειμένου να κατανοηθεί η έννοια του ενεργού φίλτρου θα μελετήσουμε μια απλή κυκλωματική υλοποίηση ενός ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης με τελεστικό ενισχυτή, όπως αυτό φαίνεται στο [Σχήμα 7.25](#).



Σχήμα 7.25 Παράδειγμα κυκλώματος ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης

Το φίλτρο μπορεί να πάρει τη μορφή του ισοδύναμου κυκλώματος του [Σχήματος 7.26](#), το οποίο ταυτίζεται με τη γνωστή τοπολογία του αναστρέφοντος ενισχυτή με τελεστικό ενισχυτή.



Σχήμα 7.26 Ανάλυση κυκλώματος ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης

Για τη συνάρτηση μεταφοράς (απολαβή τάσης) του κυκλώματος θα έχουμε:

$$H(s) = -\frac{R_2 // Z_C}{R_1} \quad (7.33)$$

όπου

$$R_2 // Z_C = \frac{R_2 Z_C}{R_2 + Z_C} \quad (7.34)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση 7.34 στη σχέση 7.33 παίρνουμε:

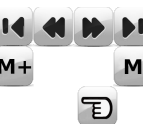
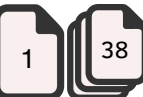
$$H(s) = -\frac{R_2 Z_C}{R_1 (R_2 + Z_C)} \quad (7.35)$$

και, θέτοντας $Z_C = 1/Cs$,

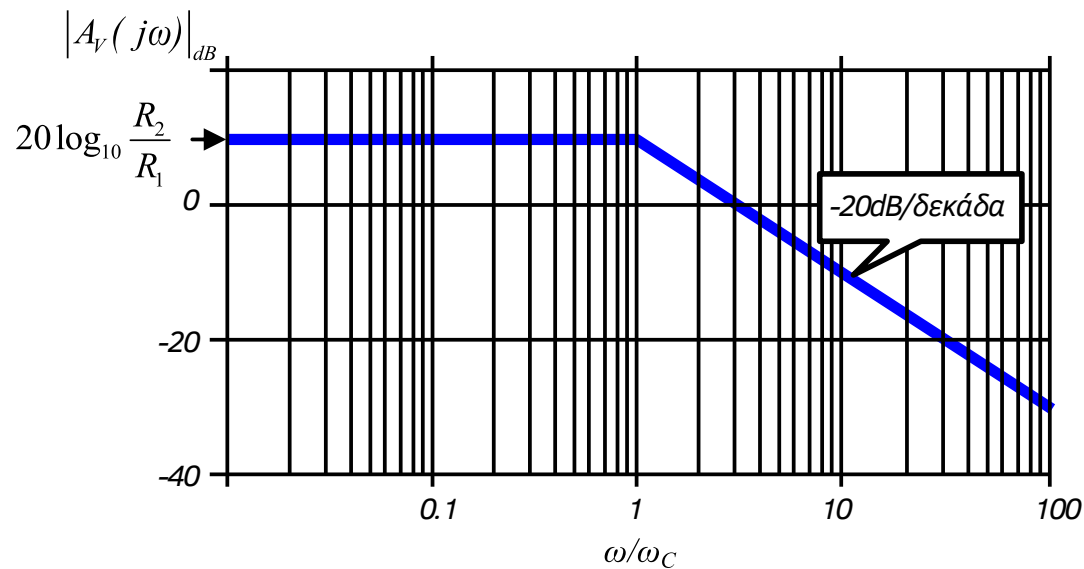
$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2 Cs + 1} \quad (7.36)$$

Η έκφραση για τη συνάρτηση μεταφοράς αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς ενός φίλτρου LPF πολλαπλασιασμένη επί τον όρο $-R_2/R_1$, ο οποίος αντιστοιχεί στην απολαβή του ενεργού φίλτρου. Προφανώς επιλέγεται $R_2 > R_1$, ώστε η απολαβή τάσης του ενεργού φίλτρου να είναι μεγαλύτερη της μονάδας. Αν συμβουλευτούμε και τον Πίνακα 7.1, η συχνότητα αποκοπής (f_C) του φίλτρου βρίσκεται ίση με:

$$f_C = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (7.37)$$

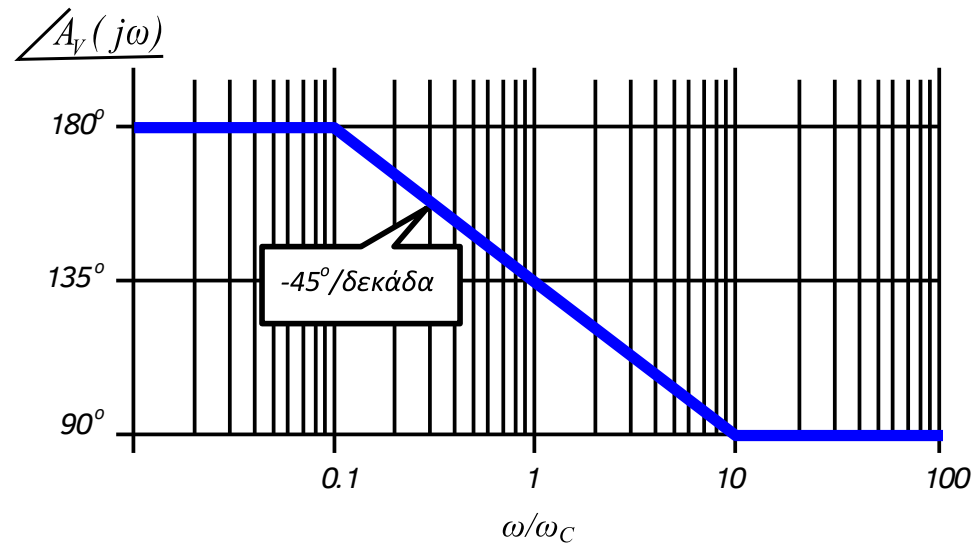


Εξαιτίας του παράγοντα $-R_2/R_1$ στη συνάρτηση μεταφοράς, το διάγραμμα Bode για το μέτρο της απολαβής τάσης του ενεργού φίλτρου σε σχέση με το αντίστοιχο παθητικό θα εμφανίζεται ολισθημένο ως προς τον κατακόρυφο άξονα κατά $20\log_{10}(R_2/R_1)$, όπως υποδεικνύει το [Σχήμα 7.27](#).



Σχήμα 7.27 Παράδειγμα διαγράμματος Bode για το μέτρο της απολαβής τάσης ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης

Επιπλέον, η αναστρέφουσα συνδεσμολογία του τελεστικού ενισχυτή θα εισάγει μεταξύ των σημάτων εξόδου και εισόδου επιπλέον διαφορά φάσης 180° ανεξάρτητη από τη συχνότητα, προκαλώντας αντίστοιχη ολίσθηση του διαγράμματος Bode φάσης κατά τον κατακόρυφο άξονά του, σύμφωνα με το [Σχήμα 7.28](#).



Σχήμα 7.28 Παράδειγμα διαγράμματος Bode για τη φάση μεταξύ των σημάτων εξόδου-εισόδου ενεργού φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων πρώτης τάξης

Κριτήρια αξιολόγησης



7.1

Έστω παθητικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων R-C με $R=1\text{k}\Omega$ και $C=1\mu\text{F}$, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζεται ημιτονικό σήμα πλάτους 1V. Να βρεθεί η συχνότητα αποκοπής f_C του φίλτρου και το πλάτος του σήματος στην έξοδό του αν η συχνότητα είναι ίση με $10\pi f_C$.

ΛΥΣΗ

Εμφάνιση

7.2

Έστω παθητικό φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων R-L με $R=1\text{k}\Omega$ και $L=1\text{mH}$, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζεται ημιτονικό σήμα πλάτους 1V. Να βρεθεί η συχνότητα αποκοπής f_C του φίλτρου και η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και του σήματος εισόδου αν η συχνότητα είναι ίση με $\frac{f_C}{2\pi}$.

Εμφάνιση

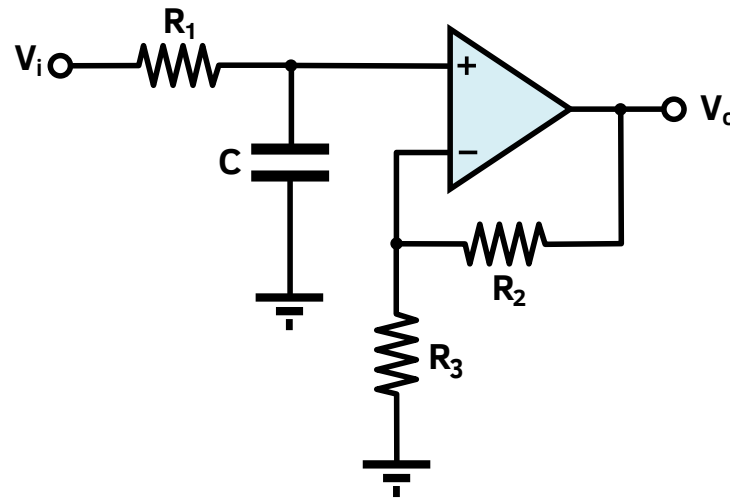
7.3

Στο κύκλωμα του Σχήματος 7.16, προσθέτουμε πηνίο παράλληλα στον πυκνωτή. Το κύκλωμα θα λειτουργεί σαν:

- A. φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων
- B. φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων
- C. φίλτρο διέλευσης ζώνης συχνοτήτων
- D. φίλτρο απόρριψης ζώνης συχνοτήτων

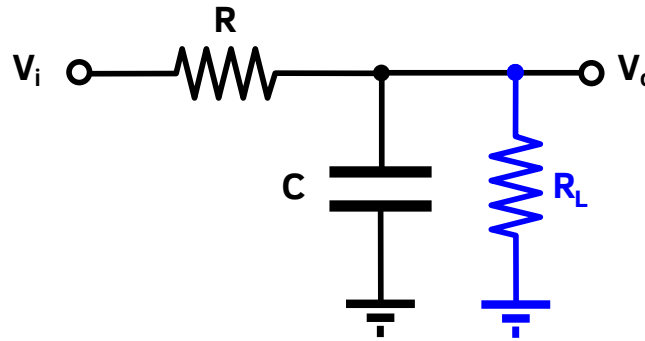
7.4

Δίνεται το φίλτρο του πιο κάτω σχήματος. Να βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του και να προσδιορίσετε τον τύπο του και τη συχνότητα αποκοπής του.



7.5

Δίνεται το φίλτρο R-C του πιο κάτω σχήματος, όπου R_L ωμικός φόρτος. Να βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς και τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου. Πώς επηρεάζει τα χαρακτηριστικά του φίλτρου η παρουσία του φόρτου;



ΛΥΣΗ

Εμφάνιση

7.6

Να βρεθεί η ελάχιστη τάξη φίλτρου διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων με συχνότητα αποκοπής 1 kHz, για το οποίο το πλάτος του σήματος εξόδου στη συχνότητα των 5 kHz πρέπει να είναι τουλάχιστον κατά 50 dB ασθενέστερο σε σχέση με την περίπτωση εφαρμογής DC τάσης του ίδιου πλάτους στην είσοδο του φίλτρου.

ΛΥΣΗ

Εμφάνιση

7.7

Γραμμή DSL (Digital Subscriber Line) μεταφέρει σήμα ομιλίας στην περιοχή 0-4 kHz και δεδομένων στην περιοχή 25 kHz-1 MHz. Να σχεδιάσετε φίλτρο πρώτης τάξης με το οποίο θα επιτυγχάνεται η επιλογή του σήματος ομιλίας με μέγιστη ανεκτή υποβάθμιση του πλάτους του κατά 1 dB. Για το σήμα των δεδομένων είναι επιθυμητή η μέγιστη δυνατή εξασθένηση.

ΛΥΣΗ

Εμφάνιση

Βιβλιογραφία 7ου κεφαλαίου

Εισαγωγή στη θεωρία θορύβου και εφαρμογές. εκδ. Βασδέκη, Αθήνα, 1979.

Electronic Noise and Interfering Signals: Principles and Applications. Signals and Communication Technology. Springer, 2005.

και J.G. Webster. *Analog Signal Processing.* Wiley, 1999.



4. A.F. Arbel. **Analog Signal Processing and Instrumentation**. Cambridge University Press, 1984.
5. G.B. Folland. **Fourier Analysis and its Applications**. Pure and applied undergraduate texts. American Mathematical Society, 1992.
6. A.B. Williams. **Active filter design**. Artech House, 1975.
7. W.K. Chen. **Passive, Active, and Digital Filters**. Taylor & Francis, 2005.

Διαδραστικά στοιχεία

1. [Φίλτρο RC πρώτης τάξης](#)

Το αντικείμενο παρέχει τη δυνατότητα μελέτης ενός φίλτρου RC πρώτης τάξης. Τόσο η τοπολογία του φίλτρου (LPF ή HPF), όσο και η τιμή της αντίστασης και της χωρητικότητας είναι παραμετροποιήσιμα από τον αναγνώστη, όπως επίσης και η συχνότητα του σήματος εισόδου. Αναπαριστώνται γραφικά οι κυματομορφές εισόδου και εξόδου στο πεδίο του χρόνου, όσο και οι φάσορες των τάσεων στα άκρα των στοιχείων του φίλτρου.

2. [Φίλτρο RL πρώτης τάξης](#)

Το αντικείμενο παρέχει τη δυνατότητα μελέτης ενός φίλτρου RL πρώτης τάξης. Τόσο η τοπολογία του φίλτρου (LPF ή HPF), όσο και η τιμή της αντίστασης και της αυτεπαγωγής είναι παραμετροποιήσιμα από τον αναγνώστη, όπως επίσης και η συχνότητα του σήματος εισόδου. Αναπαριστώνται γραφικά οι κυματομορφές εισόδου και εξόδου στο πεδίο του χρόνου, όσο και οι φάσορες των τάσεων στα άκρα των στοιχείων του φίλτρου.

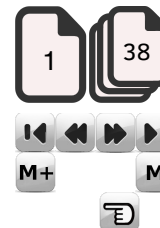
Οπτικοακουστικό υλικό

1. [Μελέτη φίλτρου RC στο πεδίο της συχνότητας](#)

Σε αυτό το video μελετάται η συμπεριφορά ενός φίλτρου RC με τη βοήθεια λογισμικού προσομοίωσης κυκλωμάτων. Ειδικότερα, το ενδιαφέρον εστιάζεται στην παραγωγή των διαγραμμάτων Bode τα οποία περιγράφουν τη συχνотική απόκριση του κυκλώματος.

Προσωπικές Σημειώσεις Αναγνώστη

Δεν έχετε προσθέσει σημειώσεις



Aa - C +

